



**PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES**

**TEXTO DE APOYO PARA LA MATERIA DE GESTION DE LA  
CALIDAD**

**ING. Msc. CARLOS JAVIER ALFREDO COSIO  
PAPADOPOLIS**

**Cochabamba – Bolivia**

**Junio, 2009**

## PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES

### 1.- TIPOS DE PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES.

Hay dos tipos de planes de muestreo por variables.

#### 1.- Para controlar un parámetro del proceso.

Los planes de muestreo por variables para un parámetro del proceso se diseñan para controlar la media o la desviación estándar de una característica de la calidad.

#### 2.- Para controlar el porcentaje de desconformidades del lote.

Los planes de muestreo por variables para el porcentaje de desconformidades del lote se diseñan para determinar la proporción de un producto que se excede de un límite especificado.

### 1.1 LOS PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES PARA CONTROLAR LA MEDIA O LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE UNA CARACTERÍSTICA DE LA CALIDAD.

Generalmente los planes de muestreo por variables para un parámetro del proceso se usan para muestreo de productos que se remiten en grandes cantidades (por ejemplo, bolsas, cajas).

Este tipo de muestreo se refiere a la calidad promedio del producto o a la variabilidad en su calidad.

Dentro de este tipo de planes veremos los siguientes casos:

### CASO 1: DERIVACIÓN DE PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES PARA ESTIMAR EL PROMEDIO DEL PROCESO CON UN SOLO LIMITE DE ESPECIFICACIÓN Y DESVIACION STANDAR POBLACIONAL CONOCIDA

#### DATOS PREVIOS

Para diseñar un plan de muestreo simple para el promedio de un proceso con un solo límite de aceptación, es necesario identificar cuatro características del plan:

1.-  $X_1$  = LA (el valor promedio de la característica de la calidad cuya probabilidad de aceptación es alta),

2.-  $X_2$  = LT (el valor promedio de la característica de la calidad cuya probabilidad de aceptación es baja),

3.-  $Pr ( )$  (la probabilidad de rechazar un lote que cumple el nivel de calidad que se especifica) y

4.-  $Pa ( )$  (la probabilidad de aceptar un lote que no cumple el nivel de calidad que se especifica).

La curva Característica Operativa (CCO) del plan de muestreo simple debe pasar a través de dos puntos especificados,  $((1 - ), X_1)$ . y  $( , X_2)$ .

#### PROCEDIMIENTO

El plan de muestreo se determina como sigue:

1.- Obtenga el valor del desvío normal estándar de manera que el área bajo la curva normal estándar sea  $(1 - )$ , llame a este valor  $Z_1$ .

De manera similar, obtenga el valor del desvío normal estándar para  $, llámelo  $Z_2$ .$

En otras palabras obtenga los valores de Z1 y Z2 (constantes de la distribución normal) de las siguientes funciones:

$$F(Z1) = Pa(1 - \quad),$$

$$F(Z2) = Pa(\quad)$$

2.- Sea VA el valor o límite de aceptación. Con base en la suposición de normalidad, se tiene:

Para el superior:

$$Z1 = (LA - VA) / (\quad / \sqrt{n}) \quad (1);$$

$$Z2 = (LT - VA) / (\quad / \sqrt{n}) \quad (2)$$

Igualando ambas ecuaciones y despejando VA tenemos:

$$(\quad / \sqrt{n}) = (LA - VA) / Z1$$

$$(\quad / \sqrt{n}) = (LT - VA) / Z2$$

$$Z2 (LA - VA) = Z1 (LT - VA)$$

$$Z2LA - Z2VA = Z1LT - Z1VA$$

$$VA (Z1 - Z2) = Z1LT - Z2LA$$

$$VA = \frac{Z1LT - Z2LA}{Z1 - Z2}$$

3.- Determinar el tamaño de la muestra en función a las ecuaciones 1 y 2 anteriores.

$$Z1 = (LA - VA) / (\quad / \sqrt{n}) \quad (1);$$

$$Z2 = (LT - VA) / (\quad / \sqrt{n}) \quad (2)$$

Despejando n de estas ecuaciones tenemos:

$$Z1 (\quad / \sqrt{n}) = (LA - VA) \quad (1);$$

$$Z2 (\quad / \sqrt{n}) = (LT - VA) \quad (2)$$

$$(Z1 \quad / \sqrt{n}) - LA = -VA \quad (3);$$

$$(Z2 \quad / \sqrt{n}) - LT = -VA \quad (4)$$

Igualando ambas ecuaciones:

$$(Z1 \quad / \sqrt{n}) - LA = (Z2 \quad / \sqrt{n}) - LT$$

$$LT - LA = (Z2 \quad / \sqrt{n}) - (Z1 \quad / \sqrt{n}) = (Z2 - Z1) \quad / \sqrt{n}$$

Se despeja n obteniendo:

$$.n = ((Z2 - Z1) \quad / (LT - LA))^2$$

Si el valor que se obtiene para n no es un entero, se debe redondear hacia el valor entero superior más cercano.

#### 4.- Construcción de la curva CO

La curva CO de un plan de muestreo simple para el promedio de un proceso con un solo límite de aceptación se construye por medio de graficar varios valores del promedio del proceso en función de la probabilidad de aceptación de cada valor.

La probabilidad de aceptación para el promedio de un proceso,  $P_a$ , en un plan de muestreo con parámetros  $VA$  y  $n$  se obtiene por medio del cálculo de  $Z$ , el desvío normal estándar, como

$$P_a = F(Z) = F\left(\frac{X - VAs}{\sqrt{n}}\right) \quad (1)$$

si se requiere un límite superior de aceptación, o

$$P_a = F(Z) = F\left(\frac{VAi - X}{\sqrt{n}}\right) \quad (2)$$

Si se requiere un límite inferior de aceptación. El valor de la probabilidad de aceptación es el área bajo la curva normal estándar que es inferior al valor del desvío normal.

#### EJEMPLO: PLAN DE MUESTREO CON UN LÍMITE DE ACEPTACIÓN

Suponga que una compañía desea establecer un plan de muestreo por variables para las barras de acero con base en la resistencia a la tracción. La compañía está dispuesta a aceptar barras de acero con un promedio de la resistencia a la tracción de 10 000 lpc o más el 95% de las veces. Por el contrario, la compañía rechazará las barras de acero cuyo promedio de la resistencia a la atracción sea de 9 950 lpc o menos el 90% de las veces. La desviación estándar poblacional es 100 lpc.

En otras palabras,  $LA$  o  $(x_1) = 10\,000$ ,  $LT$  o  $(x_2) = 9\,950$ ,  $\alpha = 0.05$  y  $\beta$  es de 0.10.

Con la ayuda una tabla de la Distribución normal acumulada se obtienen los valores para el desvío normal estándar  $Z_1$  y  $Z_2$  para  $(1 - \alpha)$  y para  $\beta$ , que son 1.645 y  $-1.282$ , respectivamente.

Al substituir estos valores en las ecuaciones de  $VA$  y  $n$ , se obtiene:

$$VA = \frac{Z_1 LT - Z_2 LA}{Z_1 - Z_2}$$

$$n = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 - Z_2}\right)^2 \frac{(LT - LA)^2}{\sigma^2}$$

$$n = \left(\frac{1.282 - 1.645}{1.645 - (-1.282)}\right)^2 \frac{(9950 - 10000)^2}{100^2} = 34.25$$

y

$$VA = \frac{1.645(9950) + 1.282(10000)}{1.645 + 1.282}$$

$$VA = 9972$$

Se redondea el valor de  $n$  al valor entero superior más cercano se obtiene  $n = 35$ .

#### El plan de muestreo por variables es el siguiente.

De cada lote se toma una muestra al azar de 35 barras y se calcula el promedio de la resistencia a la tensión de esta muestra. Si el promedio de la muestra está abajo de 9972 lpc, se rechaza el lote. Si no es así, se acepta.

El valor 9 972 lpc se llama Valor promedio *de aceptación*.

### Construcción de la curva CO

Para la construcción de la Curva Característica Operativa se requiere calcular la Probabilidad con la formula:

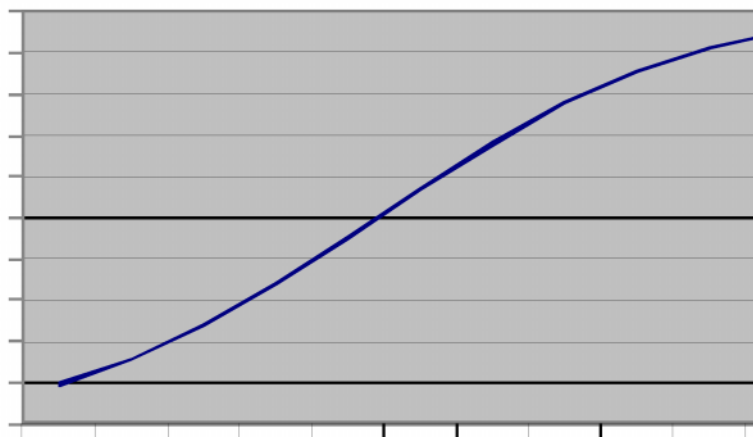
$$Pa = F(Z) = F \left( \frac{X - VAs}{\sqrt{n}} \right)$$

Promedio del proceso x	F(z)	Probabilidad de aceptación Pa
9950	-1.302	0.0965
9,955	-1.006	0.1572
9,960	-0.710	0.2389
9,965	-0.414	0.3394
9,970	-0.118	0.453
9,975	0.177	0.5702
9,980	0.473	0.6819
9,985	0.769	0.7791
9,990	1.065	0.8566
9,995	1.361	0.9133
10,000	1.657	0.9512

## CURVA CARACTERISITICA OPERATIVA

NO  
CA  
P  
E  
A  
C  
I  
O  
N  
D  
A  
D

1.0000  
0.9000  
0.8000  
0.7000  
0.6000  
0.5000  
0.4000  
0.3000  
0.2000  
0.1000  
0.0000



## PROBLEMAS PROPUESTOS

1.-Establezca un plan de muestreo por variables para controlar el espesor de una plancha de acero. La empresa acepta que el 95 % de las planchas de acero tengan un promedio de 248 mm. Pero si tienen un promedio de 252 mm o más la probabilidad de rechazo deberá ser del 90%. Se sabe que la desviación estándar poblacional es 0,3 mm. Determine también la CCO.

2.- En las condiciones del problema 1, cuál será la probabilidad de que se acepte un lote cuyas planchas de acero tiene como promedio un espesor de 251 mm.

3.-Establezca un plan de muestreo por variables para controlar el espesor de una plancha de acero. La empresa acepta que el 95 % de las planchas de acero tengan un promedio de 250 mm. Pero si tienen un promedio de 252 mm o más la probabilidad de rechazo deberá ser del 90%. Se sabe que la desviación estándar poblacional es 0,5 mm. Determine también la CCO.

4.- En una empresa se ha establecido un riesgo del proveedor del 3% y un riesgo del comprador del 12%. Bajo estas circunstancias se tiene que establecer un plan de muestreo para el control del diámetro externo de ejes para rotores. Si el valor promedio de los ejes en la muestra fuera de 12.50 mm, la a probabilidad de aceptación deberá ser la establecida en función al riesgo del proveedor establecido en un del 3%. En cambio si el 12,35 mm o menor se deberá aceptar solo con una probabilidad del 12%.

De acuerdo a análisis, se sabe que la desviación estándar poblacional es 0,04 mm.

Determine el Plan de muestreo respectivo.

5.- Una compañía constructora de un gran edificio de oficinas se interesa en la resistencia a la comprensión del concreto que se empleará en la construcción del edificio. El proceso a través del cual se fabrica el concreto con una resistencia promedio de 350 kilogramos por centímetro cuadrado ( $\text{Kg. /cm}^2$ .) es bueno. El concreto adquirido en este proceso debe aceptarse el 95% de las veces. Un proceso que ofrece una resistencia de 347  $\text{Kg. /cm}^2$ . no es efectivo, y al ser adquirido será rechazado en el 90% de los casos. Si el fabricante de cemento asegura a la compañía que la desviación estándar de su proceso no es mayor de 5  $\text{Kg. /cm}^2$ . ¿Cuántas muestras de concreto debe inspeccionar el contratista con respecto a su resistencia, y cuál debe ser el valor de aceptación para la media de la muestra bajo las condiciones dadas? Supóngase que la resistencia del concreto se encuentra normalmente distribuida.

## 1.2. DETERMINACIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO POR VARIABLES PARA CONTROLAR EL PORCENTAJE DE DISCONFORMIDADES DEL LOTE CON UN SOLO LÍMITE ESPECIFICADO, CONOCIENDO LA DESVIACIÓN STANDARD $\sigma$ .

Para derivar un plan de muestreo para controlar el porcentaje de desconformidades del lote, es necesario conocer previamente las siguientes cuatro características del plan:

$Pa(\alpha)$  = La probabilidad de rechazar un lote que cumple el nivel de calidad especificado.

$Pa(\beta)$  = La probabilidad de aceptar un lote que no cumple el nivel de calidad especificado.

$p_1$  = El porcentaje de desconformidades con una alta probabilidad de aceptación.

$p_2$  = El porcentaje de desconformidades con una baja probabilidad de aceptación.

$\sigma$  = La desviación standard poblacional.

LE = Limite especificado superior o inferior

La curva CO del plan de muestreo debe pasar por los dos puntos  $(1 - \alpha, p_1)$  y  $(\beta, p_2)$ .

### PROCEDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN DEL PLAN DE MUESTREO

1.- Determine los valores de  $Z_\alpha$  el desvío normal para el cual el área bajo la curva normal estándar es  $(1-\alpha)$ , y sea  $Z_\beta$  el desvío normal para el cual el área es  $(1-\beta)$ .

$$F(Z_\alpha) = (1-\alpha)$$

$$F(Z_\beta) = (1-\beta)$$

2.- Determine los valores de  $Z_1$  el desvío normal para el cual el área bajo la curva normal estándar que exceda el valor de  $p_1$  y sea  $Z_2$  el desvío normal para el cual el área que exceda el valor de  $p_2$ .

$$F(Z_1) = (1-p_1)$$

$$F(Z_2) = (1-p_2)$$

3.- Determinar el tamaño de muestra con la siguiente fórmula:

$$n = \left( \frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_1 - Z_2} \right)^2$$

4.- Determinar el valor de comparación o valor crítico  $k$  con la siguiente formula:

$$K = Z_1 - (Z_\alpha / \sqrt{n}) \quad \text{Si se uso } \alpha$$

O en su caso  $K = Z_2 + (Z_\beta / \sqrt{n})$  Si se uso  $\beta$

5.- Calcular los desvíos normales, mediante las formulas:

Para límite especificado superior:

$$Z_s = \frac{LES - X}{\sigma}$$

Para límite especificado inferior:

$$Z_i = \frac{X - LEI}{\sigma}$$

Donde:

$X$  es el promedio muestral.

LES es el límite especificado superior

LEI es el límite especificado Inferior y

$\sigma$  es la desviación estándar poblacional.

## 6.- Criterio de aceptación o rechazo

Se aceptará un lote si es aplicable lo siguiente:

Si  $Z_s$  ó  $Z_i$   $k$  se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

## 7.- Estimación del porcentaje de disconformidades

Se debe calcular el valor  $M$ , mediante la siguiente fórmula:

$$M = 1 - F \left( k \sqrt{\frac{n}{n-1}} \right)$$

Donde  $k$  es el valor crítico que se obtuvo antes.

El valor crítico,  $M$ , se determina como el área bajo la curva normal que excede al valor  $\left( k \sqrt{\frac{n}{n-1}} \right)$ .

## 8.- Calcular el porcentaje de disconformidad del lote (índice de calidad), mediante la fórmula:

Si el análisis, es para un límite superior:

$$Q_s = Z_s \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

O para un límite inferior:

$$Q_i = Z_i \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

A continuación se estima el porcentaje de disconformidad, como el área bajo la curva normal que excede al valor del índice de calidad anteriormente calculado,

$$p_s = F(Q_s) \quad \text{para límite superior ó}$$

$$p_i = F(Q_i) \quad \text{para límite inferior.}$$

## 9.- El criterio de aceptación o rechazo en este caso es:

Si  $p_s$  o en su caso  $p_i$  es mayor que  $M$  se rechaza caso contrario se acepta.

Si  $p > M$  Se rechaza.

## 10.- Construcción de la Curva característica Operativa (CCO).

La curva CO para un plan de muestreo en el que se estima el porcentaje de disconformidades del lote, se puede construir al graficar un intervalo de valores del porcentaje de disconformidades del lote,  $p$ , en función de la probabilidad de aceptación de cada valor ( $P_a$ ).

Para cada valor promedio muestral tal  $X$  se calcula su correspondiente valor  $Z^*$ , con la cual se estima su porcentaje de disconformidad calculando el área bajo la normal será  $(1-p)$ , es decir que se deberá calcular su probabilidad de aceptación respectiva mediante la fórmula:

$$Z_a = (k - Z^*) \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

Donde se puede obtener que :  $K = Z_1 - (Z_\alpha / \sqrt{\frac{n}{n-1}})$

$$P_a = 1 - F(Z_a)$$



**EJEMPLO: DETERMINACIÓN DE UN PLAN DE MUESTREO POR VARIABLES**

Suponga que se desea establecer un plan de muestreo para los cilindros de pared delgada con base en la resistencia a la tensión. El límite inferior especificado es 170 lpc.

El plan de Muestreo debe tener la característica de que se aceptará un lote con una probabilidad de 0.95 si contiene 1% de defectos, y se rechazará con una probabilidad de 0.90 si contiene 10% de defectos.

Es decir,  $p_1 = 0.01$ ,  $p_2 = 0.10$ ,  $\alpha = 0.05$  y  $\beta = 0.10$ . Suponga que se sabe que la desviación estándar es 10 lpc.

De acuerdo con la tabla de la distribución normal, los valores de los desvíos normales estándar para,  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son  $Z_1 = 2.327$ ,  $Z_2 = 1.282$ ,  $Z_\alpha = 1.645$  y  $Z_\beta = 1.282$ , respectivamente.

Se determina los valores de  $Z_\alpha$  el desvío normal para el cual el área bajo la curva normal estándar es  $(1-\alpha)$  y sea  $Z_\beta$  el desvío normal para el cual el área es  $(1-\beta)$ .

$$F(Z_\alpha) = (1-\alpha) = 0.95$$

$$F(Z_\beta) = (1-\beta) = 0.90$$

De acuerdo con la tabla de la distribución normal, los valores de los desvíos normales estándar para 0.95 y 0.90 son  $Z_\alpha = 1.645$  y  $Z_\beta = 1.282$ , respectivamente.

Se establece los valores de  $Z_1$  el desvío normal para el cual el área bajo la curva normal estándar que exceda el valor de  $p_1$  y sea  $Z_2$  el desvío normal para el cual el área que exceda el valor de  $p_2$ .

$$F(Z_1) = (1-p_1) = 0.99$$

$$F(Z_2) = (1-p_2) = 0.90$$

De acuerdo con la tabla de la distribución normal, los valores de los desvíos normales estándar son  $Z_1 = 2.327$  y  $Z_2 = 1.282$ .

Se determina el tamaño de muestra aplicado la ecuación:

$$n = \left( \frac{Z_\alpha + Z_\beta}{Z_1 - Z_2} \right)^2$$

Se obtiene

$$n = \left( \frac{1.282 + 1.645}{2.327 - 1.282} \right)^2$$

$$n = 7.845$$

Dado que  $n$  debe ser un valor entero, se redondea 7.845 al entero superior más cercano, que es 8. Para la determinación del criterio de aceptación se utiliza la ecuación:

$$K = Z_1 - (Z_\alpha / \sqrt{n})$$

Si se mantiene a en el nivel 0.05, para resolver  $k$ , se obtiene

$$k = 2.327 - (1.645 / \sqrt{8})$$

$$K = 1.74$$

Por tanto, el plan de muestreo por variables según la forma 1 será como sigue.

Del lote, se toma una muestra al azar de ocho cilindros de pared delgada y se calcula el promedio muestral de la resistencia a la tensión. Se calcula  $Z_i$ . Si  $Z_i \geq 1.74$  se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

De acuerdo con la forma 2, se requiere un paso extra en los cálculos para obtener un estimado del porcentaje de disconformidades. Para obtener el valor de  $M$  primero se calcula

$$(k - (n/(n-1))) = 1.74 \quad k - (8/7) = 1.86$$

El área bajo la curva normal que excede a este valor es  $M$ , cuyo valor es 0.0314.

Se calcula el porcentaje de disconformidad del lote (índice de calidad), mediante la fórmula:

$$Q_i = Z_i \sqrt{n/(n-1)}$$

El área que excede a  $Q_i$  es la probabilidad de aceptación para  $p_i$ .

Por tanto, el plan de muestreo es como sigue.

Del lote se toma una muestra al azar de ocho cilindros. se calcula  $Q_i$ . Con la tabla de la distribución normal, se determina  $p_i$  el área que excede a  $Q_i$ . Si  $p_i \leq 0.0314$ , se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

### TRAZADO DE LA CURVA CO

Considere que para  $p = 0.02$ , la probabilidad de aceptación  $Z^*$  se obtiene de tablas como sigue.

Para  $p = 0.02$ , se tablas se obtiene el  $Z^*$  considerando  $(1-p)$  y es 2.054 por lo que procede al cálculo de los siguientes valores:

$$Z_a = (k - Z^*) \sqrt{n}$$

Reemplazando valores se obtiene:

$$Z_a = (1.74 - 2.054) \sqrt{8}$$

$$Z_a = -0.888$$

$$F(Z_a) = 0.1872$$

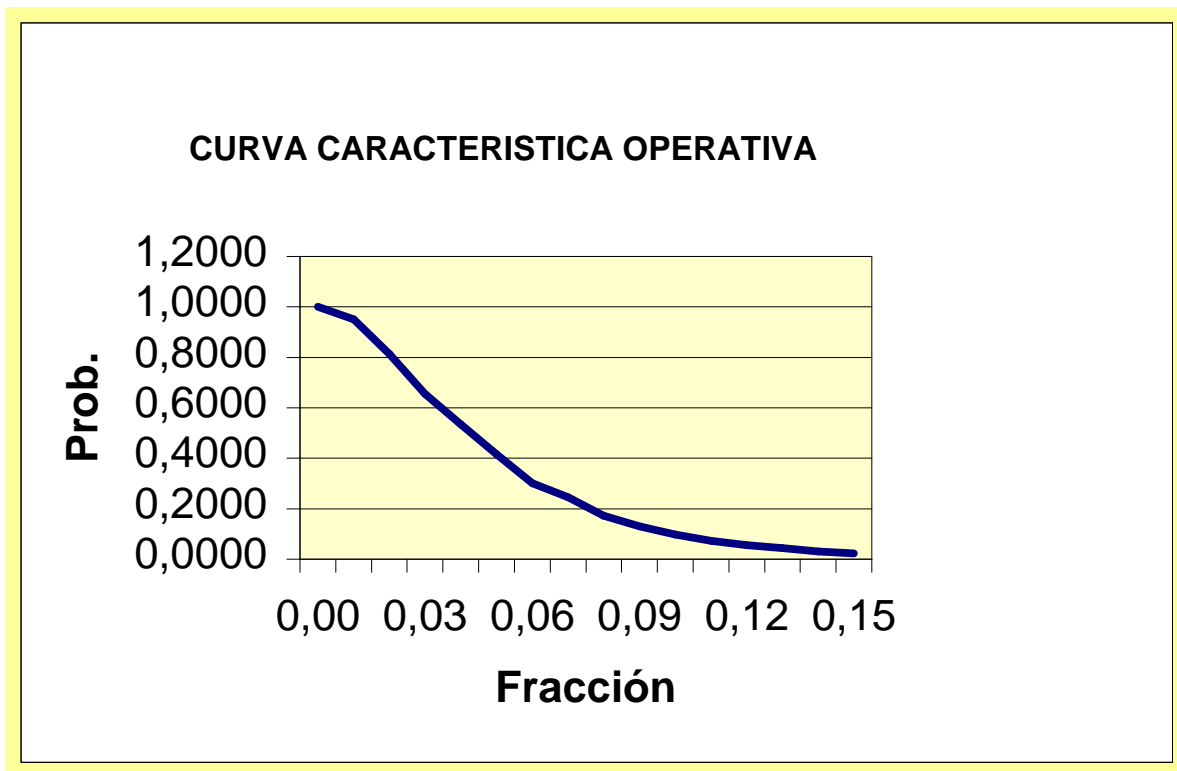
Se continúa calculando la probabilidad de Aceptación:

$$P_a = 1 - F(Z_a) = 1 - 0.1872 = 0.8128$$

De acuerdo con tablas el área que excede a  $Z_a$  es 0.8128. Por tanto, la probabilidad de aceptación es 0.8128 para un porcentaje de disconformidades del 2%, según el plan de muestreo. La siguiente tabla contiene los valores de las probabilidades correspondientes.

**Datos para elaborar la Curva Característica Operativa.**

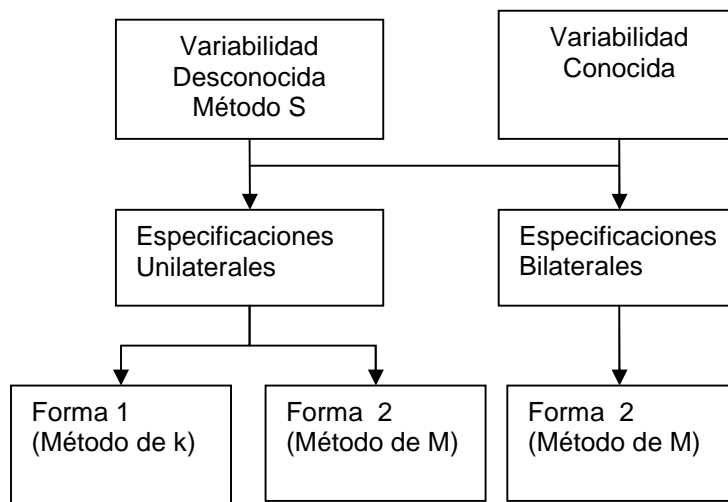
Fracción disconforme (p)	Zp	Probabilidad Aceptación (Pa)
0.00	3.5	1.0000
0.01	2.33	0.9515
0.02	2.05	0.8128
0.03	1.88	0.6550
0.04	1.75	0.5351
0.05	1.645	0.4160
0.06	1.555	0.3005
0.07	1.475	0.2451
0.08	1.400	0.1716
0.09	1.34	0.1294
0.10	1.282	0.0977
0.11	1.23	0.0730
0.12	1.18	0.0550
0.13	1.13	0.0438
0.14	1.08	0.0309
0.15	1.035	0.0234



## PLANES DE MUESTREO POR VARIABLES NORMALIZADOS NORMA ANSI/ASQC Z1.9

En la norma ANSI/ASQC Z1.9 hay tres niveles generales de inspección, 1, II y III, y dos niveles especiales, S3 y S4. El nivel general de inspección II se designa como nivel normal de inspección, y es el que se usa a menos que se especifique otro nivel. El nivel de inspección 1 se utiliza cuando se permite un tamaño de muestra más pequeño y cuando se tolera menor discriminación. Se usa el nivel de inspección III cuando se requiere mayor discriminación.

Se pueden diseñar planes de muestreo por variables con límites de especificación simple o doble. Si se requiere un solo límite de especificación, se puede usar tanto la forma 1 como la forma 2. Para límites de especificación dobles, se usa únicamente la forma 2. La ventaja de usar esta forma es que se obtiene un estimado del porcentaje de disconformidades; sin embargo, se necesita un cálculo adicional



### FORMA 1

#### 1.- DETERMINACION DE UN PLAN DE MUESTREO POR LA NORMA ANSI/ASQC Z1.9 CON UN LIMITE ESPECIFICADO CON VARIANZA CONOCIDA FORMA 1

##### Límites de especificación simple—Forma 1

1. Conocido el tamaño del lote y el NAC de la primera la tabla se determina la letra código del tamaño de muestra con base en el tamaño del lote y el nivel de inspección, (generalmente el nivel II).
2. Con la letra código que encontró en el paso 1 se obtiene el plan de muestreo mediante la tabla para inspección normal y variabilidad conocida forma 1 especificacion simple, estableciendo según la fila de la letra código el tamaño de la muestra  $n$  y posteriormente la constante de aceptabilidad  $k$  en función al NAC.

3. Del lote seleccione una muestra al azar de tamaño de  $n$  unidades y calcule el promedio muestral,  $\bar{X}$ , de la característica de la calidad de interés.

4. Calcule el desvío normal, mediante el siguiente cálculo:

Para límite especificado superior

$$Z_s = (LES - \bar{X})/\sigma$$

Si se tiene un límite especificado inferior

$$Z_i = (\bar{X} - LEI)/\sigma$$

Donde:

$LES$  = Limite Especificado Superior

$LEI$  = Limite Especificado Inferior

$\sigma$  = desviación standart conocida de la característica analizada.

5. Si el  $Z_s$  ó el  $Z_i$  es igual o mayor que  $k$ , se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

**EJEMPLO****UN LIMITE ESPECIFICADO CON VARIANZA CONOCIDA FORMA 1**

En una empresa metalmecánica, se fabrica ejes para rotores cuyo diámetro externo mínimo se ha establecido en 12,10 mm. La empresa fabrica lotes diarios de 800 unidades y se tiene una desviación standart de 0,1 mm.

Determine un plan de muestreo según la Forma 1 y con un NAC del 0,10%.

- 1 Con el tamaño del lote de 800 unidades y nivel de inspección II de la tabla se determina la letra código J.
- 2 Con el Nac de 0.1% y la letra código mediante la tabla para inspección normal y variabilidad conocida forma 1 especificacion simple, se determina que el tamaño de la muestra  $n$  es 8 unidades y la constante de aceptabilidad  $k$  es de 2.54.
6. Del lote se extrae una muestra al azar de tamaño de 8 unidades y se calcula el promedio muestral,  $\bar{X}$ , de la característica de la calidad de interés.

Unidad No 1	12.5
Unidad No 2	12.7
Unidad No 3	12.2
Unidad No 4	12.4
Unidad No 5	12.6
Unidad No 6	12.2
Unidad No 7	12.5
Unidad No 8	12.3
Total	99.4
Promedio:	12.425

7. Calculamos el desvío normal, mediante el siguiente cálculo:  
Para límite especificado inferior:

$$Z_i = (\bar{X} - LEI) / \sigma$$

$$Z_i = (12.425 - 12.10) / 0.1 = 3.25$$

8. Si  $Z_i$  es igual o mayor que  $k$ , se acepta el lote;  
En este caso  $Z_i$  es 3.25 mayor a 2,54 por lo tanto se acepta el lote.

## 2- DETERMINACION DE UN PLAN DE MUESTREO POR LA NORMA ANSI/ASQC Z1.9 CON UN LIMITE ESPECIFICADO Y CON VARIANZA DESCONOCIDA - FORMA 1

### Límites de especificación simple—Forma 1

- 1 Conocido el tamaño del lote y el NAC de la primera la tabla se determina la letra código del tamaño de muestra con base en el tamaño del lote y el nivel de inspección, (generalmente el nivel II).
- 2 Con la letra código que encontró en el paso 1 se obtiene el plan de muestreo mediante la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 1 especificación simple, estableciendo según la fila de la letra código el tamaño de la muestra  $n$  y posteriormente la constante de aceptabilidad  $k$  en función al NAC.
- 3 Del lote seleccione una muestra al azar de tamaño de  $n$  unidades y calcule el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$  de la característica de la calidad de interés.
- 4 Calcule el desvío normal, mediante el siguiente cálculo:  
 Para límite especificado superior  

$$Z_s = (LES - \bar{X})/s$$
  
 Si se tiene un límite especificado inferior  

$$Z_i = (\bar{X} - LEI)/s$$
  
  
 Donde:  
 $LES = \text{Límite Especificado Superior}$   
 $LEI = \text{Límite Especificado Inferior}$   
 $s = \text{desviación standart muestral de la característica analizada.}$
- 5 Si el  $Z_s$  ó el  $Z_i$  es igual o mayor que  $k$ , se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

### EJEMPLO

#### UN LIMITE ESPECIFICADO CON VARIANZA DESCONOCIDA FORMA 1

En una fábrica de productos lácteos se elabora yogurt saborizado cada media hora se efectúa un preparado de 200 kilos, los que se almacena en tachos de acero inoxidable con dicha capacidad para pasar en la jornada siguiente a la sección de envasado. Se trabaja jornadas de 8 horas continuas. Según la Norma boliviana 444-B1 la concentración máxima permitida de colorante es de 4 mg/kg. Se desea establecer un plan de muestreo para controlar la calidad del producto al final de la jornada antes que se envase. Se estableció un NAC del 0.8%.

Solución:

- 1 Se establece que el tamaño del lote es de 16 tachos y considerando un nivel de inspección normal de la tabla se determina la letra código "C".
- 2 En vista que no exististe en tablas un Nac del 0.8% en función a la primera tabla se redondea el Nac al 1%

- 3 Con la letra código mediante la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 1 especificación simple, estableciendo según la fila de la letra código C se obtiene el tamaño de la muestra de 4 unidades y la constante de aceptabilidad  $k$  de 1.45
- 4 De los 16 tachos de 200 kilos se selecciona al azar 4 y se extrae de estos una muestra y en laboratorio se determina la concentración del colorante.
- 5 Obtenida las 4 concentraciones se calcula el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$ .

Muestra No	Concentración
1	3.9
2	3.7
3	3.8
4	3.6
TOTAL	15.0
MEDIA	3.75
S	0.129

- 6 Se Calcula el desvío normal, mediante el siguiente cálculo:  
Para límite especificado superior  

$$Z_s = (LES - \bar{X})/s$$

$$Z_s = (4.00 - 3.75)/0.129 = 1.937$$
- 7 Sabemos que si el  $Z_s$  es igual o mayor que  $k$ , se acepta el lote; si no es así, se rechaza.  
En el presente caso  $Z_s$  es 1.937 mayor a  $k = 1.45$  por lo tanto se acepta.

#### Caso 2

Muestra No	Concentración
5	4.0
6	3.7
7	3.9
8	3.4
TOTAL	15.0
MEDIA	3.75
S	0.264

Para límite especificado superior

$$Z_s = (LES - \bar{X})/s$$

$$Z_s = (4.00 - 3.75)/0.264 = 0.947$$

En este otro caso  $Z_s$  es 0.947 menor a  $k = 1.45$  por lo tanto se rechaza.



## FORMA 2

### 3 DETERMINACION DE UN PLAN DE MUESTREO POR LA NORMA ANSI/ASQC Z1.9 CON UN LIMITE ESPECIFICADO CON VARIANZA DESCONOCIDA FORMA 2

La forma 2 de la norma ANSI/ASQC z1.9 está en función al porcentaje máximo aceptable de disconformidades (M) y permite tanto un análisis bilateral como unilateral, así como con un solo NAC para ambos limites o NAC distintos.

#### PROCEDIMIENTO:

#### UN LIMITE ESPECIFICADO CON VARIANZA DESCONOCIDA FORMA 2

##### Límites de especificación simple—Forma 2

- 1 Conocido el tamaño del lote y el NAC de la primera la tabla se determina la letra código del tamaño de muestra con base en el tamaño del lote y el nivel de inspección, (generalmente el nivel II).
- 2 Con la letra código que encontró en el paso 1 se obtiene el plan de muestreo mediante la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 2 especificación DOBLE o simple, estableciendo según la fila de la letra código el tamaño de la muestra  $n$  y posteriormente el porcentaje máximo aceptable de disconformidad  $M$  en función al NAC.
- 3 Del lote seleccione una muestra al azar de tamaño de  $n$  unidades y calcule el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$  de la característica de la calidad de interés.
- 4 Calcule el índice de calidad, mediante el siguiente cálculo:

Para límite especificado superior

$$C_s = (LES - \bar{X})/s$$

Si se tiene un límite especificado inferior

$$C_i = (\bar{X} - LEI)/s$$

Donde:

$LES$  = Limite Especificado Superior

$LEI$  = Limite Especificado Inferior

$s$  = desviación standart muestral de la característica analizada.

- 5 Con la tabla correspondiente y con  $C_s$  o  $C_i$  en función al tamaño de la muestra se determina el porcentaje de disconformidad superior e inferior del lote  $p_s$  ó  $p_i$ .
- 6 Si el  $p_s$  ó el  $p_i$  es igual o menor que  $M$ , se acepta el lote; si no es así, se rechaza.

Ejemplo

##### Límites de especificación simple—Forma 2

En una fabrica se reciben diariamente 70 bolsas de materia prima cuyo peso no debe ser menos a los 50 Kilos, elabore un plan de muestreo según la forma 2 de la norma ANSI/ASQC Z1.9 sabiendo que se tiene un NAC del 0,4%.

- 1 Con el tamaño del lote de 70 unidades y el nivel de inspección normal (II) de la tabla se determina la letra código "E"
- 2 Con la letra código con la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 2 especificación DOBLE se encuentra el tamaño de la muestra  $n = 7$  y el porcentaje máximo aceptable de disconformidad  $M = 1.06$ .
- 3 Del lote se selecciona al azar una muestra de 7 unidades y se calcula el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$ .

Muestra	No 1	50.5
	No 2	50.7
	No 3	50.2
	No 4	50.1
	No 5	50.6
	No 6	50.3
	No 7	50.5

Total = 352.9

Media = 50.414

$S = 0.219$

- 4 Se calcula el índice de calidad, mediante el siguiente cálculo:

Para el límite especificado inferior

$$Ci = (50.414 - 50.00)/0.219 = 1.89$$

- 5 Con la tabla correspondiente y el índice  $Ci$  en función al tamaño de la muestra se determina el porcentaje de disconformidad inferior del lote  $pi$ , que es de 0.99.
- 6 Como el  $pi = 0.99$  es menor que  $M = 1.06$ , se acepta el lote.

## FORMA 2

### 4. ANALISIS BILATERAL CON UN SOLO NAC PARA AMBOS LIMITES CON VARIANZA DESCONOCIDA FORMA 2

#### Límites de especificación Doble con un Nac —Forma 2

1. Conocido el tamaño del lote y el NAC de la primera la tabla se determina la letra código del tamaño de muestra con base en el tamaño del lote y el nivel de inspección, (generalmente el nivel II).
2. Con la letra código que encontró en el paso 1 se obtiene el plan de muestreo mediante la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 2 especificación DOBLE o simple, estableciendo según la fila de la letra código el tamaño de la muestra  $n$  y posteriormente el porcentaje máximo aceptable de disconformidad  $M$  en función al NAC.
3. Del lote seleccione una muestra al azar de tamaño de  $n$  unidades y calcule el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$  de la característica de la calidad de interés.
4. Calcule el índice de calidad, mediante el siguiente cálculo:

Para límite especificado superior

$$C_s = (LES - \bar{X})/s$$

Para el límite especificado inferior

$$C_i = (\bar{X} - LEI)/s$$

Donde:

$LES$  = Limite Especificado Superior

$LEI$  = Limite Especificado Inferior

$s$  = desviación standart muestral de la característica analizada.

5. Con la tabla correspondiente y con  $C_s$  o  $C_i$  en función al tamaño de la muestra se determina el porcentaje de disconformidad superior e inferior del lote  $p_s$  ó  $p_i$ . Y calcule la sumatoria  $p = p_s + p_i$
6. Si el porcentaje de disconformidades del lote total  $p$  es igual o menor que  $M$ , se acepta el lote. Si  $p$  es mayor a  $M$  o si  $C_s$  o  $C_i$  son negativos, se rechaza.

## EJEMPLO

#### Límites de especificación Doble con un Nac —Forma 2

En un fabrica de perfumes se desea establecer un plan de muestreo para el envasado de un tipo de perfumen, que se acuerdo a las especificaciones se tiene un límite máximo de 200 cc y un mínimo de 170cc. Se tienen lotes de 500 frascos y un Nac del 1% para ambos limites.

- 1 Con el tamaño del lote de 500 unidades y el nivel de inspección normal (II) de la tabla se determina la letra código "I"
2. Con la letra código con la tabla para inspección normal y variabilidad **desconocida** forma 2 especificación DOBLE se encuentra el tamaño de la muestra  $n = 25$  y el porcentaje máximo aceptable de disconformidad  $M = 2.86$ .

3 Del lote se selecciona al azar una muestra de 25 unidades y calcula el promedio muestral,  $\bar{X}$ , y la desviación muestral  $S$ .

172	179	185	186	188
175	180	182	187	189
176	182	183	188	190
177	183	184	189	194
178	184	185	187	195

Total = 4598

Media = 183.92

$S = 5.729456053$

4 Se calcula el índice de calidad, mediante el siguiente cálculo:

Para límite especificado superior

$$Cs = (200 - 183.92) / 5.73 = 2.80$$

Para el límite especificado inferior

$$Ci = (183.92 - 170) / 5.73 = 2.43$$

5 Con la tabla correspondiente y con  $Cs$  o  $Ci$  en función al tamaño de la muestra se determina el porcentaje de disconformidad superior e inferior del lote  $ps$  ó  $pi$ .

Para  $Cs = 2.80$  y una  $n = 25$  se determina un  $ps = 0.11$

Y para  $Ci = 2.43$  se tiene  $pi = 0.491$

Y se calcula la sumatoria  $p = ps + pi = 0.11 + 0.49 = 0.601$

6. Como el porcentaje de disconformidades del lote total  $p$  es 0.601 menor que  $M = 2.86$  por lo que se acepta el lote.

## REGLAS PARA CAMBIOS DE TIPOS DE INSPECCION

**De normal a estricta.** Se cambia de inspección normal a estricta cuando en la inspección original se rechazan dos de cinco lotes consecutivos.

**De estricta a normal.** Se cambia de inspección estricta a normal cuando en la inspección original se consideran aceptables cinco lotes consecutivos.

**De normal a reducida.** Se cambia de inspección normal a reducida si se satisfacen todas las condiciones siguientes:

- Los 10 lotes anteriores estuvieron sometidos a inspección normal y ninguno fue rechazado.
- La producción se mantiene en un ritmo estable.
- La autoridad responsable considera conveniente la inspección reducida, y no se contraviene el contrato ni la especificación.

**De reducida a normal.** Se cambia de inspección reducida normal si en la inspección original se presente alguno de los siguientes sucesos:

- Se rechaza un lote
- La producción se vuelve irregular o se retrasa
- Otras condiciones demandan la implantación de la inspección normal.

La inspección se discontinúa cuando 10 lotes consecutivos siguen sometidos a inspección estricta.

Según se estipula en la ANSI/ASQC Z1.9, la inspección no se interrumpe hasta que el proveedor mejora la calidad del producto.